BEN NASR Marouen, YACOUBI Noureddine

Université de Carthage

Faculté des sciences de Bizerte, fsb@fsb.rnu.tn

Laboratoire de photothermie et composants électroniques, IPEI 8000 Nabeul, Tunisia

bennasr.marouen@yahoo.fr

noureddine.yacoubi@gmail.com

Résumé:

L'objectif de ce travail c'est de déterminer les propriétés thermiques d'une soudure pratiquée par friction avec malaxage entre deux plaques d'aluminium par la technique de déflexion photothermique.

Ce travail comporte une partie théorique basée sur la résolution de l'équation de la chaleur à une dimension afin d'en déduire l'expression de la température à la surface de l'échantillon formé d'une couche d'encre noire. En connaissant la température à la surface, on peut en déduire la distribution de température et par conséquent la déflexion du faisceau laser sonde rasant la surface de l'échantillon. Cette déflexion est fonction des propriétés thermiques et optique de l'échantillon.

Une autre partie expérimentale qui comporte une étude thermique qui consiste à tracer les variations de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation pour les comparer aux courbes théoriques correspondantes afin d'en déduire la conductivité thermique et la diffusivité thermique de l'échantillon.

Mots clefs : Diffusivité thermique, conductivité thermique, la déflexion photothermique, couche d'encre noire.

1/ Introduction:

Les techniques photothermiques sont nées à partir de l'effet découvert en 1881 par Alexandre Grahem Bell [1,2], où un échantillon absorbant une lumière intermittente émet un son. Ce phénomène a été exploité pour étudier les propriétés optiques et thermiques des matériaux. Une deuxième technique basée sur la même phénomène a vu le jour en 1979 grâce a Boccara, Fournier et Badoz [3] qui consiste à prospecter le gradient d'indice de réfraction du au gradient de température au voisinage de l'échantillon. Cette technique pris alors le nom d'Effet Mirage. Ces techniques, qui sont non destructives sont généralement appliquées à toutes sortes d'échantillons qu'ils soient opaques ou semitransparents. Dans ce travail, on s'intéresse à la technique effet mirage communément aussi technique de déflexion photothermique PTD (Photothermal Déflexion Technique). La technique PTD a été très fréquemment utilisée pour déterminer les propriétés thermiques des différents matériaux à savoir la conductivité thermique et la diffusivité

thermique [4,5]. L'Effet photothermique qui est un phénomène de génération de chaleur se produit suite à l'absorption par l'échantillon d'un flux lumineux en régime non stationnaire (modulé ou pulsé). Il existe également différents types de méthodes photothermiques issues de l'effet photothermique et qui ont comme un but, de détecter les ondes thermiques générées par les élévations temporelles de la température à la surface de l'échantillon. Ces méthodes peuvent être classées en deux grandes catégories, l'une à base acoustique à savoir la détection photoacoustique. Cette dernière est régie par la variation de pression dans le fluide qui est en contact avec la surface chauffée de l'échantillon. Notre travail s'intéresse essentiellement à la deuxième catégorie qui est de type thermique. La détection thermique utilise la déflexion d'un faisceau laser sonde lors de l'apparition d'un gradient d'indice de réfraction du fluide causée par l'élévation de la température dégagée de l'échantillon.

2/ Principe de la technique de déflexion photothermique :

La technique de déflexion photothermique (PTD) est très souvent utilisée pour déterminer les propriétés thermiques (la conductivité thermique et la diffusivité thermique) d'un échantillon. L'échantillon absorbant est chauffé par un faisceau de lumière modulée provenant d'une lampe halogène ou d'un laser. Une onde thermique est générée, qui va se propager dans l'échantillon et dans le fluide environnant, créant ainsi un gradient de température dans ce dernier donc un gradient d'indice de réfraction.

Un faisceau laser sonde rasant la surface de l'échantillon, subit une déviation lors de sa traversée de ce gradient d'indice. La déflexion du faisceau laser sonde est mesurée à l'aide d'un photo-détecteur de position.

3/ Modèle théorique :

3-1/ Calcul de la déflexion Ψ du faisceau laser sonde :

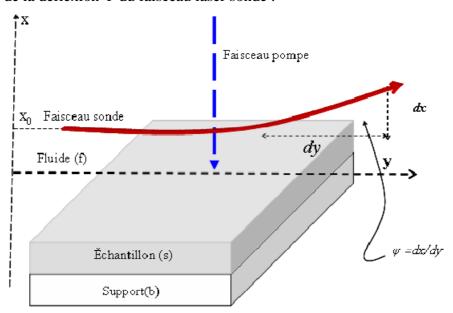


Fig 1 : Déflexion du faisceau laser sonde sous l'action d'un faisceau pompe modulé.

La trajectoire du faisceau laser sonde qui passe parallèlement à la surface de l'échantillon à une distance x_0 est régie par l'équation générale des rayons lumineux qui est donnée par la relation [6]:

$$\frac{d}{ds}\left(n\frac{d\vec{r}}{ds}\right) = -\overrightarrow{grad}$$
 n (1)

Avec:

- **grad** n : est le gradient d'indice dans le milieu fluide environnant la surface chauffée de l'échantillon.
- > n : est l'indice de réfraction du milieu à la température T.
- > s: est le chemin optique du rayon lumineux.
- > r: est le vecteur position d'un point M de la trajectoire du faisceau sonde.

Etant donné que l'angle Ψ est faible, on peut écrire ds \approx dy. Ainsi, l'équation des rayons lumineux devient : $\frac{d}{dy}$ ($n \frac{dx}{dy}$) = $-\frac{dn}{dx}$; On aura :

$$n\frac{dx}{dy} = -\int_{-L/2}^{L/2} \frac{dn}{dx} dy$$
 (2)

Où L représente la largeur de l'échantillon.

En ne tenant pas compte des dimensions du faisceau sonde et pour des faibles variations de température, la déviation du faisceau sonde Ψ est reliée à la température du fluide par la relation : [7]

$$\Psi = \frac{dx}{dy} = -\frac{1}{n} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dn}{dT_f} \frac{dT_f}{dx} dy$$
 (3)

Comme la variation de température et par conséquent la variation d'indice étant faible, on peut considérer que le rapport $\frac{dn}{dT_f}$ est constant le long de la trajectoire du faisceau. Ainsi,

l'équation (3) devient : [8]

$$\Psi = \frac{dx}{dy} = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dT_f} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dT_f}{dx} dy$$
 (4)

L'expression de la température périodique T_f du fluide dans le cas unidimensionnel est :

$$T_f(x, t) = T_0 \exp(-\sigma_f x) \exp(j\omega t)$$
 (5)

Où : T_0 est l'expression complexe de l'élévation de température à la surface de l'échantillon et qui peut se mettre sous la forme : $T_0 = |T_0| \exp(j\theta)$, où $|T_0|$ et θ désignent respectivement le module et l'argument de T_0 .

• σ_f Étant un paramètre complexe lié à la diffusivité thermique D_f et à la pulsation ω par la relation : $\sigma_f = (\frac{j\omega}{D_f})^{1/2} = (1+j) \sqrt{\frac{\pi f}{D_f}} = (\frac{1+j}{\mu_f})$ tels que $f = (\omega/2\pi)$, est la fréquence de modulation, et $\mu_f = \sqrt{\frac{D_f}{\pi f}}$ désigne la longueur de diffusion thermique dans le fluide, elle nous renseigne également sur la profondeur à la quelle la chaleur pénètre dans l'échantillon.

D'après l'expression de T_f (eq 5), et on tenant compte de l'équation (4), on voit bien que le rapport $\frac{dT_f}{dx}$ est indépendant de y. On aura :

$$\Psi = \frac{dx}{dy} = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dT_f} \frac{dT_f}{dx} \int_{-L/2}^{-L/2} dy$$
$$= -\frac{L}{n} \frac{dn}{dT_f} \frac{dT_f}{dx}.$$

Soit,

$$\begin{split} \Psi &= \frac{L}{n} \frac{dn}{dT_f} \left(\sigma_f \right) \mid T_0 \mid e^{(j\theta)} e^{(-\sigma_f x)} e^{(j\omega t)} \\ \\ &= \frac{L}{n} \frac{dn}{dT_f} \left(\frac{1+j}{\mu_f} \right) \mid T_0 \mid e^{(j\theta)} e^{-\left(\frac{1}{\mu_f} + \frac{j}{\mu_f} \right) x} e^{(j\omega t)} \;. \end{split}$$

La déflexion Ψ du faisceau sonde : [2, 9, 10]

$$\Psi(x, t) = \frac{dx}{dy} = \frac{L}{n} \frac{\sqrt{2}}{\mu_f} \frac{dn}{dT_f} |T_0| e^{-(\frac{x}{\mu_f})} e^{j(\theta + \pi/4 - x/\mu_f)} e^{(j\omega t)}.$$

L'équation (6) peut se mettre sous la forme :

$$\Psi(x, t) = |\Psi(x)| e^{j(\omega t + \varphi)}$$
 où $|\Psi(x)|$ et φ sont respectivement

l'amplitude et la phase du signal photothermique, qui sont données par :

$$|\Psi(x)| = \frac{\sqrt{2}}{n} \frac{L}{\mu_f} \frac{dn}{dT_f} |T_0| e^{-(x/\mu_f)}$$

$$\varphi = -\frac{x}{\mu_f} + \theta + \frac{\pi}{4}$$

Soit l'expression de la déflexion du faisceau laser sonde :

$$\Psi(x, t) = \frac{L}{n} \frac{\sqrt{2}}{\mu_f} \frac{dn}{dT_f} |T_0| e^{-x_0/\mu_f} e^{j(\theta + \frac{\pi}{4} - \frac{x_0}{\mu_f})} e^{(j\omega t)}$$

3-2/ Détermination de la température T_0 à la surface de l'échantillon :

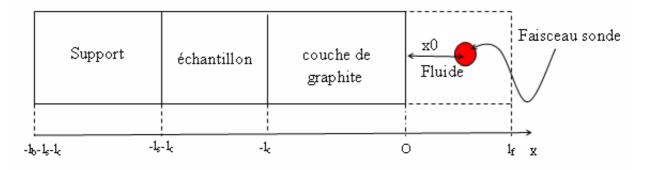


Fig 2 : Schéma représentatif des quatre régions traversées par la chaleur.

Les équations de diffusion de la chaleur dans chaque région (figure 2) s'écrivent :

$$\begin{split} \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} &= \frac{1}{D_f} \frac{\partial T_f}{\partial t} \quad ; \quad (0 \leq x \leq l_f) \\ \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} &= \frac{1}{D_c} \frac{\partial T_c}{\partial t} - A \, e^{\alpha x} (1 + e^{j\omega t}) \quad ; \quad (-l_c \leq x \leq 0) \\ \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} &= \frac{1}{D_s} \frac{\partial T_s}{\partial t} - A_s \, e^{\alpha_s \, (x + l_c)} e^{-\alpha_c \, l_c} \left(1 + e^{j\omega t} \right) ; \left(-l_c - l_s \leq x \leq -l_c \right) \\ \frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2} &= \frac{1}{D_b} \frac{\partial T_b}{\partial t} \quad ; \quad (-l_c - l_s - l_b \leq x \leq -l_c - l_s) \end{split}$$

Les expressions des solutions de la température dans chaque milieu sont données par :

$$T_f(x) = T_0 e^{-\sigma_f x} e^{j\omega t}$$

$$T_c(x) = (X e^{\sigma_c x} + Y e^{-\sigma_c x} - Z_c e^{\alpha_c x}) e^{j\omega t}.$$

$$T_s(x) = \left(\mathbf{G} \ e^{\sigma_s(x+l_c)} + He^{-\sigma_s(x+l_c)} - Z_s e^{\alpha_s \ (x+l_c)} \right) e^{j\omega t}.$$

$$T_b(x) = W e^{\sigma_b(x+l_c+l_s)} e^{j\omega t}.$$

Les flux de chaleur dans les différentes régions (figure II.3) sont données par :

$$\Phi_f = K_f \sigma_f T_0 e^{-\sigma_f x} e^{j\omega t}.$$

$$\Phi_c = -K_c \,\sigma_c \,(X \,e^{\sigma_c x} - Y \,e^{-\sigma_c x} - \frac{\alpha_c}{\sigma_c} \,Z_c \,e^{\alpha_c \,x}) \,e^{j\omega t}.$$

$$\Phi_{S} = -K_{S} \sigma_{S} \left(G e^{\sigma_{S}(x+l_{c})} - H e^{-\sigma_{S}(x+l_{c})} - \frac{\alpha_{S}}{\sigma_{S}} Z_{S} e^{\alpha_{S} (x+l_{c})} \right) e^{j\omega t}.$$

$$\Phi_b = \, -K_b \; \sigma_b \; \mathbf{W} \; \; e^{\sigma_b(x+l_s-l_c)} \; e^{j\omega t} \; . \label{eq:phibar}$$

Nous posons dans la suite:

$$\mathbf{b} = \frac{K_b \sigma_b}{K_s \sigma_s} \quad ; \quad \mathbf{c} = \frac{K_c \sigma_c}{K_s \sigma_s} \quad ; \quad \frac{a}{c} = \frac{K_f \sigma_f}{K_c \sigma_c} \quad ; \quad \mathbf{r}_c = \frac{\alpha_c}{\sigma_c} \quad \text{et} \quad \mathbf{r}_s = \frac{\alpha_s}{\sigma_s} .$$

En appliquant les conditions de continuité de la température et des flux de chaleur en x = 0, $x = -l_c$ et enfin en $x = -l_c - l_s$ et en utilisant la méthode de Cramer on peut trouver l'expression de la température T_0 à la surface de l'échantillon :

$$T_{0} = [Z_{c}[(1-b)e^{-\sigma_{s}l_{s}}](1-r_{c})(1-c)e^{\sigma_{c}l_{c}} + (1+r_{c})(1+c)e^{-\sigma_{c}l_{c}} - 2(1+cr_{c})e^{-\alpha_{c}l_{c}}] - (1+b)e^{\sigma_{s}l_{s}}[(1-r_{c})(1+c)e^{\sigma_{c}l_{c}} + (1+r_{c})(1-c)e^{-\sigma_{c}l_{c}} - 2(1-cr_{c})e^{-\alpha_{c}l_{c}}]] + 2Z_{s}[(1+b)e^{\sigma_{s}l_{s}}(r_{s}-1) + (1-b)e^{-\sigma_{s}l_{s}}(r_{s}+1) - 2(r_{s}-b)e^{-\alpha_{s}l_{s}}]]/[(1+b)e^{\sigma_{s}l_{s}}[(1+\frac{a}{c})(1+c)e^{\sigma_{c}l_{c}} + (1-\frac{a}{c})(1-c)e^{-\sigma_{c}l_{c}}] - (1-b)e^{-\sigma_{s}l_{s}}[(1+\frac{a}{c})(1-c)e^{\sigma_{c}l_{c}} + (1-\frac{a}{c})(1+c)e^{-\sigma_{c}l_{c}}]]$$

Où:

$$Z_c = \frac{A_c}{\alpha_c^2 - \sigma_c^2}$$
 ; $Z_s = \frac{A_s e^{-(\alpha_c l_c)}}{\alpha_s^2 - \sigma_s^2}$; $A_i = \frac{\alpha_i l_0}{2K_i}$; $i = c, s$.

4/ Dispositif experimental:

4-1/ Montage experimental:

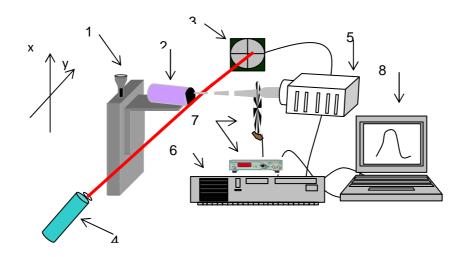


Fig 3: Schéma du montage de la technique de déflexion photothermique

La figure 3 illustre les différents appareils du banc optique PTD, que nous les identifions dans ce qui suit.

- 1- Table micrométrique de déplacement horizontal et vertical,
- 2- Echantillon,
- 3- Photo-détecteur de position,
- **4-** Source laser sonde,
- 5- Lampe halogène,
- 6- Détection synchrone,
- 7- Chopper mécanique,
- **8-** Un PC.

5/ Résultats expérimentaux :

5-1/Détermination des propriétés thermiques de l'échantillon :

Nous avons dit que l'échantillon est fixé sur un support mobile pouvant effectuer des déplacements micrométriques dans les deux directions horizontale et verticale grâce à deux moteurs de translation micrométrique, pour cela, et après avoir fixé soigneusement l'échantillon, et aussi de la fréquence de modulation que nous avons choisi égale à la valeur N=35~Hz. Nous avons déplacé l'échantillon comme la montre la figure ci-dessous dans le sens vertical afin de balayer une partie de la soudure.

Nous notons que l'échantillon a pour longueur $L_{\acute{e}chantillon} = 4.8$ cm et que la soudure se trouve au milieu de l'échantillon, c'est-à-dire sa longueur vaut $L_{zone\ de\ soudure} = 2$ cm, comme le montre la figure 4.

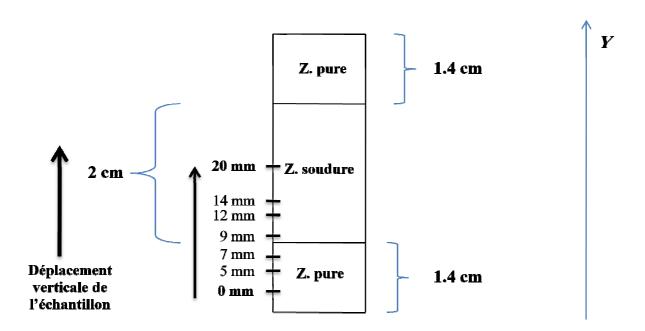
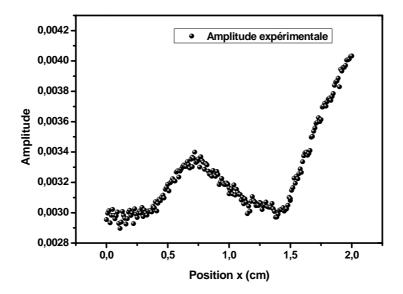


Fig 4 : Schéma représentative de différentes zones homogène et inhomogène de <u>l'échantillon.</u>

Dans la figure 5, nous représentons les variations de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la position x (cm).



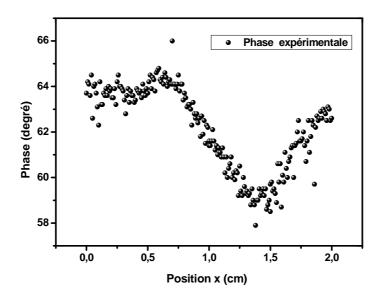


Fig 5 : Variation de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la position x (cm).

Par un déplacement micrométrique de l'échantillon dans la direction verticale, et ce grâce à un programme élaboré en utilisant le logiciel LABVIEW qui nous permet de représenter les variations du signal photothermique en fonction de la position x, nous partons de la position D (départ) à x=0 mm pour atteindre la position x=20 mm dans la zone de soudure. Le déplacement de 20 mm est effectué en quatre étapes comme le montre le tableau (1).

Déplacement x (mm)	Zone		
$0 \rightarrow 7$	Dans l'aluminium pur		
$7 \rightarrow 10$	soudure		
10→ 15	soudure		
15 → 20	soudure		

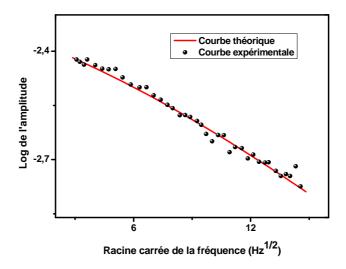
Tableau 1 : Différents déplacements de l'échantillon et leurs zones associées.

Ensuite, les quatre courbes ont été regroupées en une seule.

D'après la figure 5, on constate que la phase du signal photothermique présente un palier quand la tache de chauffage est entièrement dans la partie où il y a l'aluminium pur c'est-à-dire pour 0mm<x<7mm, par contre pour 7mm<x<20mm, là où la tache se trouve dans la zone de soudure, on remarque une variation de la phase révélatrice d'une inhomogénéité de la soudure. De x=7mm à x= 15mm la phase diminue régulièrement pour accuser une croissance au delà de cette valeur. Comme l'inhomogénéité du matériau se traduit par une variation des

propriétés thermiques, on a donc décidé de faire une étude PTD aux points suivants : x = 1 mm, x = 5 mm, x = 6 mm, x = 9 mm, x = 12 mm et x = 14 mm afin de déterminer la conductivité thermique et la diffusivité thermique en chaque point.

Les courbes des figures 6 à 11 représentent les variations de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation. La coïncidence entre les courbes théoriques et expérimentales est obtenue pour un couple (K_s, D_s) donné, en maintenant tous les autres paramètres constants.



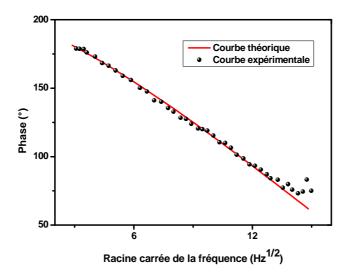
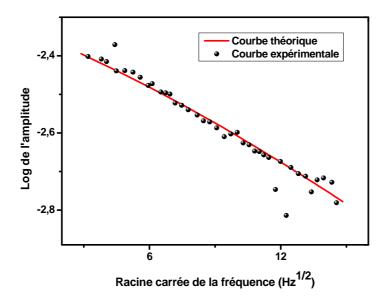


Fig 6: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation à la position x = 1 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 6.7 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ et $K_s = 173 \cdot W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.



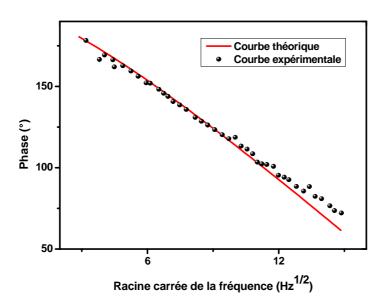
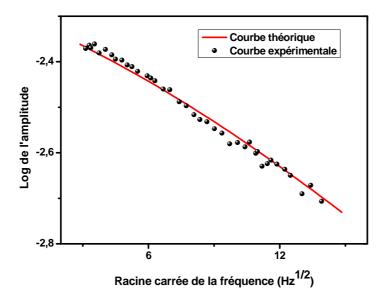


Fig 7: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 5 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 8 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ et $K_s = 177 \cdot W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.



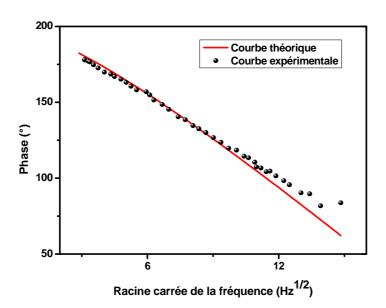
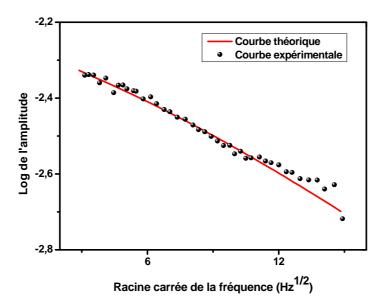


Fig 8: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 6 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 7.9 \ 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ et $K_s = 190 \ W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.



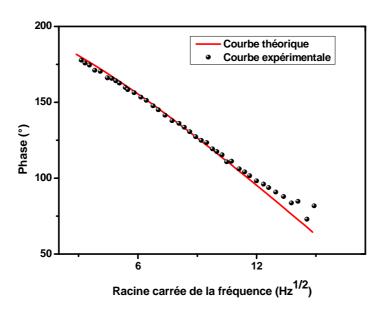
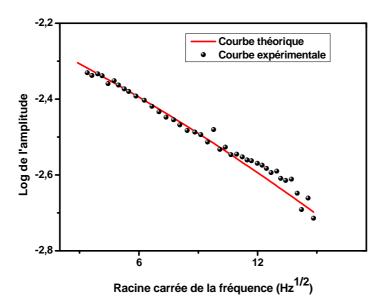


Fig 9: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 9 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 8.7 \cdot 10^{-5} m^2 \cdot s^{-1}$ et $K_s = 197 \cdot W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.



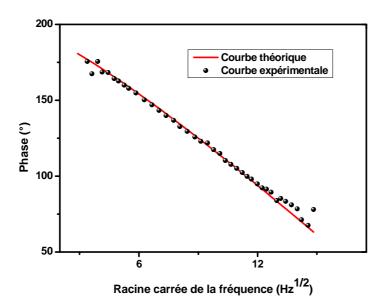
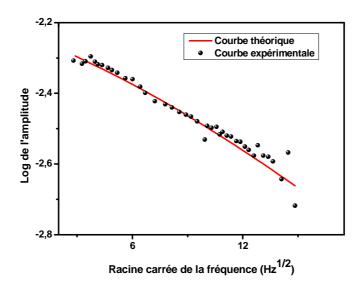


Fig 10: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 12 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 8.9 \ 10^{-5} m^2 . s^{-1}$ et $K_s = 176 \ W. m^{-1} . K^{-1}$.



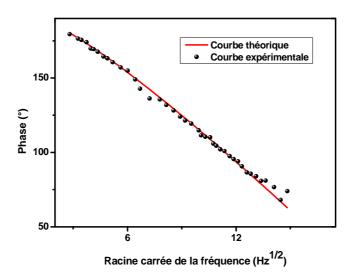


Fig 11: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 14 mm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 7.8 \ 10^{-5} m^2 . s^{-1}$ et $K_s = 190 \ W.m^{-1}.K^{-1}$.

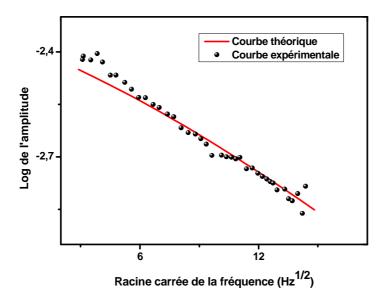
Le tableau suivant résume les différents couples (K_s, D_s) associés à chaque position x:

\boldsymbol{x} (mm) position	1	5	6	9	12	14
I	173	177	190	197	176	190
$D_s \cdot 10^{-5} (m^2/\text{s})$	6.7	8	7.9	8.7	8.9	7.8

Tableau 2 : Différents couples (K_s, D_s) associés à chaque position.

Nous constatons, d'après le tableau 2, que chaque couple (K_s , D_s) diffère d'une position à une autre. Cette variation des propriétés thermiques peut être corrélée aux propriétés mécaniques.

En choisissant les positions x = 0.7 mm et x = 0.9 mm, et en fixant la distance à $x_0 + 100$ soit 357 μ m, puis en traçant les courbes représentant les variations de l'amplitude et de la phase en fonction de la racine carré de la fréquence de modulation, on obtient les mêmes couples (K_s, D_s) que ceux obtenus pour la distance x_0 , ce qu'indiquent les figures 12 et 13.



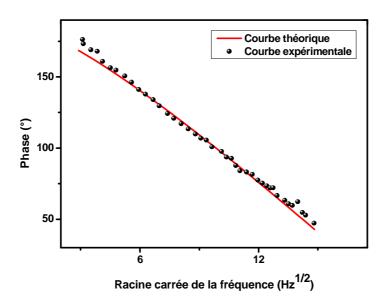
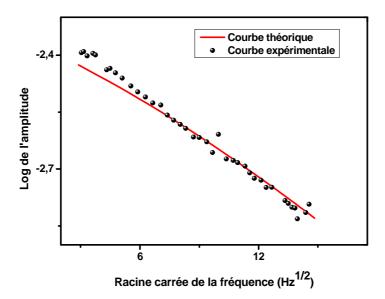


Fig 12: Variations expérimentales et théoriques de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point

x = 0.7 mm et pour une distance $x_0+100 = 357$ µm. La coïncidence est obtenue pour $D_s = 8.3 \ 10^{-5} m^2 . s^{-1}$ et $K_s = 195 \ W.m^{-1}.K^{-1}$.



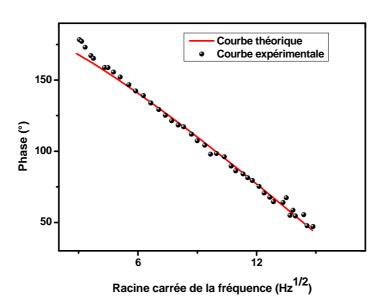


Fig 13: Variations expérimentale et théorique de l'amplitude et de la phase du signal photothermique en fonction de la racine carrée de la fréquence de modulation au point x = 0.9 mm et pour une distance $x_0+100 = 357$ µm . La coïncidence est obtenue pour $D_s = 8.7 \ 10^{-5} m^2 . s^{-1}$ et $K_s = 197 \ W.m^{-1}.K^{-1}$.

Le tableau 3 récapitule les couples (K_s, D_s) obtenus pour chaque position à la distance $x_0+100=357 \ \mu m$.

position x (mm)	0.7	0.9
	195	197
$D_s \cdot 10^{-5} (m^2/s)$	8.3	8.7

Références:

- [1] A.G. Bell., Am. J. Sci., vol. 20, p. 305, 1880.
- [2] A.G. Bell., Am. J. Sci., upon the production of sound by radiant energy, Phil. Mag., 11, 510-528, Planches X et XI, 1881.
- [3] A.C. Boccara, D. Fournier and J. Badoz, thermooptical spectroscopy; detection par effet mirage, App. Phys. Lett., 36, 130-132, 1980.
- [4] J.C. Murphy, L.C. Aamodt, J. Appl. Phys., 51 (1980) 4580.
- [5] F. Saadallah, N. Yacoubi, F. Genty, C. Alibert, J. Appl. Phys. 94 (2003) 5041.
- [6] Born and Wolf "principles of optics" Pergamon Press (1964).
- [7] M. J. Kelly, D. E. Wolfe, J. Singh, J. Eldridge, D. M. Zhu, R. Miller, Thermal Barrier Coatings Design with Increased Reflectivity and Lower Thermal Conductivity for High-Temperature Turbine Applications, International Journal of Applied Ceramic Technology 3 (2), 81–93.
- [8] J.C. Murphy, L.C. Aamodt, J. Appl. Phys. 51 (1980) 4580.
- [9] A.C. Boccara, D. Fournier and J. Badoz, thermooptical spectroscopy: detection par effet mirage, App. Phys. Lett., 36, 130-132, 1980.
- [10] P.K. Kuo, M.J.Lin, C.B.Reyes, L.D.Favro, R.L. Thomas, D.S.Kim, and Shu-YI Zhang, L. J. Inglehart, D. Fournier, A.C. Boccara, L.J. Inglehart, D. Fournier, A.C. Boccara, N. Yacoubi. Mirage effect measurement of thermal diffusivity. Part I: experiment. Can J Phys 1986; 64:1168.